

Semifinale individuale Cadet

Quesiti a risposta chiusa

1. (Punti 2) Aldo possiede cinque carte: per ognuna di esse su una faccia c'è una lettera dell'alfabeto, sulla faccia opposta un numero intero. Le carte sono disposte sul tavolo e mostrano le seguenti facce: E, G, 4, 7, 8. Aldo dichiara che, per ogni carta, se su una delle facce c'è una vocale, su quella opposta c'è un numero pari. Marta vuole controllare se Aldo dice la verità, ma vuole rovesciare il minor numero possibile di carte. Quante carte dovrà rovesciare al massimo?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. (Punti 3) In una centrale vi sono due guardiani. Vi sono anche due segnalatori acustici di sicurezza: uno emette uno squillo ogni due minuti, l'altro lo emette ogni tre. Quando squillano contemporaneamente si sente uno squillo solo. Alle 12:00 hanno squillato contemporaneamente e vi era un solo guardiano nella centrale; quando il secondo dei guardiani è entrato nella centrale, hanno squillato ancora contemporaneamente e, dalle 12:00 a quell'istante inclusi, il primo guardiano, sempre presente, ha udito 13 squilli. A che ora il secondo guardiano è entrato nella centrale?

- A) 12:12 B) 12:15 C) 12:18 D) 12:24 E) 12:30

3. (Punti 3) Clara ha scritto un numero intero di tre cifre, Dalia ha scritto il numero che ha le stesse cifre di quello di Clara, ma scritte in ordine opposto (cioè, nei due numeri, la cifra delle centinaia e quella delle unità sono scambiate fra loro, mentre quella delle decine è la stessa). Quale, fra quelli elencati nelle risposte, può essere la differenza fra il numero di Clara e quello di Dalia?

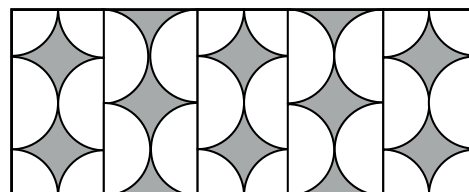
- A) 378 B) 295 C) 196 D) 495 E) 504

4. (Punti 4) In quale delle seguenti ore e minuti le due lancette di un orologio (con un quadrante di 12 ore) formano l'angolo acuto minore?

- A) 02:11 B) 04:22 C) 06:33 D) 08:44 E) 10:55

5. (Punti 4) In figura vedete una finestra decorata. Semicerchi e quarti di cerchio che vi compaiono non colorati hanno tutti lo stesso raggio. Della superficie dell'intera finestra, quale frazione è stata colorata? (Considerate di area nulla i tratti divisori e i bordi.)

- A) $\pi/4$ B) $(\pi - 3)/4$ C) $1 - \pi/4$ D) $(3\pi/4) - 1$
E) $(4 - \pi)/2$



6. (Punti 4) Quanti numeri interi positivi minori di 40 hanno la proprietà che la somma dei quadrati delle loro due cifre è essa stessa un quadrato perfetto? (I numeri vanno pensati comunque di due cifre, ad esempio 4 va pensato scritto come 04.)

- A) 1 B) 9 C) 12 D) 13 E) 14

7. (Punti 5) Il codice di una cassetta di sicurezza è un numero di quattro cifre. La somma delle ultime due è un numero primo di due cifre che, lette nell'ordine, sono le prime due cifre del codice. Disponendo soltanto di queste informazioni, quanti tentativi saranno necessari, al massimo, per aprire la cassetta?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

8. (Punti 5) Sono dati tre numeri interi ciascuno di tre cifre (cioè la prima cifra di ciascuno non può essere 0) che denotiamo con *TAP*, *BAT* e *CAD* dove ogni lettera rappresenta una cifra, lettere diverse cifre diverse. Qual è il più piccolo valore possibile per la somma di questi tre numeri?

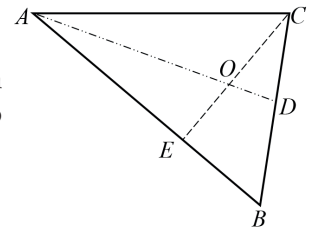
- A) 600 B) 610 C) 615 D) 730 E) 732

9. (Punti 6) Tre sfere di raggio 1 sono disposte nello spazio in modo che i loro centri formino un triangolo equilatero di lato 3. Qual è il maggior numero di parti nelle quali il complesso delle tre sfere può essere ripartito tagliando le sfere con due piani?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Quesiti a risposta aperta

10. (Punti 4) Nel triangolo ABC in figura, l'altezza EC condotta da C incontra la bisettrice AD dell'angolo \widehat{BAC} nel punto O . L'angolo \widehat{ABC} misura 60 gradi, l'angolo \widehat{AOE} ne misura 70. Quanti gradi misura l'angolo \widehat{ACB} ?

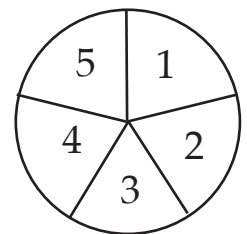


11. (Punti 5) Maurizio e Carlo hanno ciascuno una scatola di palline. Ogni pallina pesa un numero intero di grammi; in ognuna delle scatole, le palline hanno tutte lo stesso peso, ma quelle della scatola di Maurizio sono più leggere di quelle della scatola di Carlo. Moltiplicando il peso di una pallina di Maurizio per quello di una pallina di Carlo si ottiene 81; sommando i pesi di tutte le palline si ottiene 1001. Quanti grammi pesa ognuna delle palline di Maurizio?

12. (Punti 5) Quanti sono i numeri interi positivi n tali che il resto della divisione $2023 : n$ sia 23?

13. (Punti 6) Alcuni numeri, tutti diversi fra loro, sono scritti in corrispondenza di punti distinti di una circonferenza in modo che ognuno sia il prodotto dei due numeri scritti a esso adiacenti. Quanti sono i numeri scritti?

14. (Punti 6) In ognuno dei cinque settori numerati nei quali è ripartito il cerchio in figura, va inserita una delle lettere A, B, C, D, E (lettere diverse per settori diversi), in modo che le lettere A e B non si trovino in settori adiacenti. In quanti diversi modi si può effettuare l'inserimento?



15. (Punti 6) Gaia gioca così. Scrive un numero intero n , poi lo moltiplica a caso o per 5 o per 6. Al prodotto somma a caso o 5 o 6. Alla somma sottrae a caso o 5 o 6. Se il risultato finale è 78, che numero è n ?

16. (Punti 7) È dato il numero 7 2 3 1 1 2 3 7 7 2 1 3 7 3 2 1: da esso si vuole eliminare esattamente una cifra e ottenere dall'allineamento di cifre rimanenti (una in meno di prima) un nuovo numero che risulti divisibile per 9. Vi sono diversi modi di farlo. Qual è la somma delle cifre che possono essere eliminate al variare dei modi possibili?

17. (Punti 7) Qual è il più piccolo intero primo $p > 2$ tale che il numero $p^3 + 7p^2$ sia un quadrato perfetto?

18. (Punti 8) Sia A la somma dei quadrati di tutti i numeri interi positivi da 1 a 2.023 inclusi e sia $B = (1 \times 3) + (2 \times 4) + (3 \times 5) + \dots + (2.022 \times 2.024)$.

Quanto vale $A - B$?