



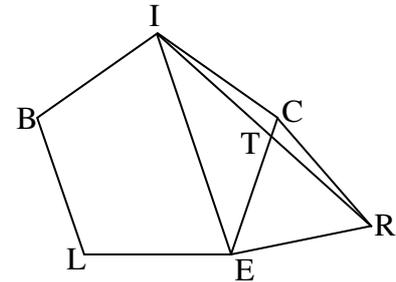
## LIVELLO BENJAMIN

### Tutte le risposte devono essere giustificate

**B1. (5 punti)** Ada aveva 40 biscotti: alcuni al cioccolato, gli altri alla marmellata. Si è accordata con Cecilia in questo modo: per 3 biscotti al cioccolato ceduti a Cecilia, ne ha ricevuti da Cecilia 5 alla marmellata. Ora Ada ha 52 biscotti, tutti alla marmellata. Quanti biscotti alla marmellata aveva prima dello scambio?

**B2. (7 punti)** Lo scorso capodanno ho ricevuto in regalo una strana calcolatrice: può solo sommare o sottrarre 2019 al numero scritto sullo schermo oppure può moltiplicarlo o dividerlo per 2019. In questo momento lo schermo mostra il numero 0. Eseguendo alcune di queste operazioni in sequenza, una per volta, posso ottenere come risultato il numero 2021? Motiva la tua risposta se è negativa; se è affermativa, indica la sequenza più corta di operazioni che ti consente di ottenere il risultato.

**B3. (11 punti)** Osserva la figura.  $IBLEC$  è un pentagono regolare e il triangolo  $CER$  è equilatero.  $T$  è il punto di intersezione tra i segmenti  $CE$  e  $IR$ . Quanti gradi misura l'angolo  $ITE$ ?



**B4. (14 punti)** Carla ha scritto un numero intero maggiore di zero. Aldo ha riscritto il numero di Carla, facendolo precedere e seguire dalla cifra 1 (ad esempio, se Carla avesse scritto 27, Aldo avrebbe scritto 1271). La differenza fra il numero di Aldo e quello di Carla è 14789. Che numero ha scritto Carla?

**B5. (18 punti)** Gianni ed Elvira giocano in questo modo. Ci sono 66 gettoni sul tavolo: ad ogni turno ognuno di essi può prendere 1 o 2 o 3 o 4 o 5 gettoni. Chi è costretto a prendere l'ultimo gettone perde. Elvira, che vuole vincere, vuole a tutti i costi essere lei ad iniziare. Perché?

**B6. (22 punti)** Il 15 agosto scorso, giorno di Ferragosto, c'è stata la luna piena. Ammettendo che il ciclo lunare sia di 28 giorni esatti, fra quanti anni per la prima volta ci sarà nuovamente la luna piena a Ferragosto? (Se, ad esempio, accadesse l'anno prossimo, dovresti rispondere: fra 1 anno.)



## LIVELLO BENJAMIN

### Tutte le risposte devono essere giustificate

**B1.** (5 punti) Ada aveva 40 biscotti: alcuni al cioccolato, gli altri alla marmellata. Si è accordata con Cecilia in questo modo: per 3 biscotti al cioccolato ceduti a Cecilia, ne ha ricevuti da Cecilia 5 alla marmellata. Ora Ada ha 52 biscotti, tutti alla marmellata. Quanti biscotti alla marmellata aveva prima dello scambio?

**Risposta:** 22.

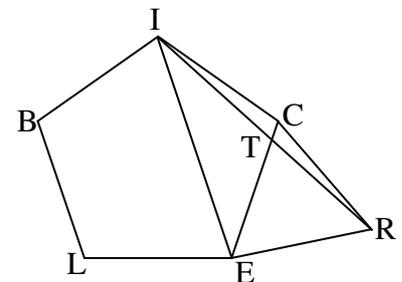
**Soluzione.** Ogni 3 biscotti al cioccolato ceduti, Ada ne ha ricevuti 2 in più. Come effetto degli scambi, Ada si ritrova con 12 biscotti in più: significa che gli scambi sono stati 6, dunque i biscotti al cioccolato ceduti da Ada sono stati 18. Questi erano i tutti biscotti al cioccolato che aveva: quindi i biscotti alla marmellata erano  $40 - 18 = 22$ .

**B2.** (7 punti) Lo scorso capodanno ho ricevuto in regalo una strana calcolatrice: può solo sommare o sottrarre 2019 al numero scritto sullo schermo oppure può moltiplicarlo o dividerlo per 2019. In questo momento lo schermo mostra il numero 0. Eseguendo alcune di queste operazioni in sequenza, una per volta, posso ottenere come risultato il numero 2021? Motiva la tua risposta se è negativa; se è affermativa, indica la sequenza più corta di operazioni che ti consente di ottenere il risultato.

**Risposta:** sì.

**Soluzione.** Basta premere, nell'ordine, i tasti: +, +, :, + (ciascuno seguito da 2019). È chiaro che non può esistere una sequenza più corta.

**B3.** (11 punti) Osserva la figura.  $IBLEC$  è un pentagono regolare e il triangolo  $CER$  è equilatero.  $T$  è il punto di intersezione tra i segmenti  $CE$  e  $IR$ . Quanti gradi misura l'angolo  $ITE$ ?



**Risposta:** 114.

**Soluzione.** Gli angoli interni del pentagono misurano  $108^\circ$ . Allora ciascuno dei due angoli congruenti del triangolo isoscele  $ICE$  misura  $36^\circ$  e ciascuno dei due angoli congruenti del triangolo isoscele  $ICR$  misura  $6^\circ$ ; dunque l'angolo  $RIE$  misura  $(36 - 6)^\circ = 30^\circ$  e l'angolo  $ITE$  misura  $(180 - 36 - 30)^\circ = 114^\circ$ .

**B4.** (14 punti) Carla ha scritto un numero intero maggiore di zero. Aldo ha riscritto il numero di Carla, facendolo precedere e seguire dalla cifra 1 (ad esempio, se Carla avesse scritto 27, Aldo avrebbe scritto 1271). La differenza fra il numero di Aldo e quello di Carla è 14789. Che numero ha scritto Carla?

**Risposta:** 532.

**Soluzione.** Se, sommando a 14789 il numero di Carla, Aldo ottiene un numero che ha due cifre in più di quello di Carla, il numero di Carla deve avere 3 cifre (se ne avesse 4, il numero di Aldo ne avrebbe 6, ma ciò non è possibile se la loro differenza non è almeno maggiore di 90000). Sia dunque  $ABC$  il numero di Carla: se sommandogli 14789 si ottiene  $1ABC1$ , si vede tenendo conto dei riporti che deve essere  $C = 2$  e quindi  $B = 3$  e  $A = 5$ .

**B5.** (18 punti) Gianni ed Elvira giocano in questo modo. Ci sono 66 gettoni sul tavolo: ad ogni turno ognuno di essi può prendere 1 o 2 o 3 o 4 o 5 gettoni. Chi è costretto a prendere l'ultimo gettone perde. Elvira, che vuole vincere, vuole a tutti i costi essere lei ad iniziare. Perché?

**Risposta:** perché ha una strategia vincente.

**Soluzione.** Se Elvira inizia prendendo 5 gettoni, Gianni rimane con 61 gettoni e basta che ogni volta che Gianni toglie  $N$  gettoni Elvira ne tolga  $6 - N$  perché alla sua ultima giocata possa lasciare sul tavolo un solo gettone.

**B6.** (22 punti) Il 15 agosto scorso, giorno di Ferragosto, c'è stata la luna piena. Ammettendo che il ciclo lunare sia di 28 giorni esatti, fra quanti anni per la prima volta ci sarà nuovamente la luna piena a Ferragosto? (Se, ad esempio, accadesse l'anno prossimo, dovresti rispondere: fra 1 anno.)

**Risposta:** 22.

**Soluzione.** In ogni anno di 365 giorni vi sono 13 mesi lunari di 28 giorni e avanza un giorno; nel caso di anno bisestile avanzano 2 giorni. Quindi bisogna far trascorrere un numero di anni sufficiente ad accumulare  $28k$  giorni (con  $k$  intero positivo). Poiché il 2020 sarà anno bisestile (e il prossimo anno multiplo di 4 non bisestile sarà il 2100), negli anni successivi al 2019 (prima del 2100) si aggiungeranno giorni secondo lo schema  $2 + 1 + 1 + 1 (= 5)$ . Dopo 20 anni ne basteranno dunque 2 per completare un mese lunare di 28 giorni.