

Kangourou Italia
Gara del 17 marzo 2016
Categoria Student
Per studenti di quarta e quinta della
scuola secondaria di secondo grado



I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno

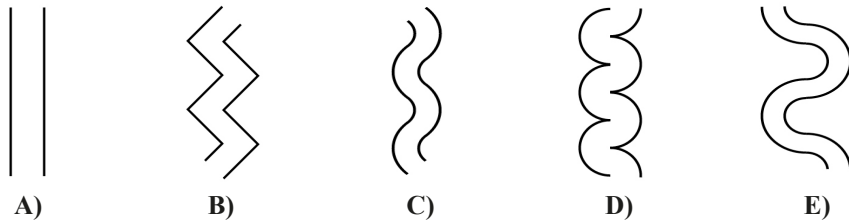
1. La somma degli anni di Teresa e di quelli di Giovanna è 23, quella degli anni di Giovanna e degli anni di Alessandra è 24 e la somma degli anni di Teresa e di quelli di Alessandra è 25. Quanti anni ha la più vecchia delle tre ragazze?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2. La somma $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$ vale

- A) $\frac{3}{111}$ B) $\frac{111}{1110}$ C) $\frac{111}{1000}$ D) $\frac{3}{1000}$ E) $\frac{3}{1110}$

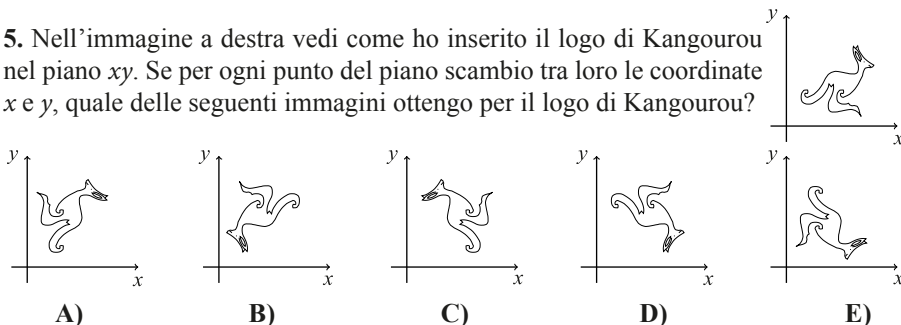
3. Due amici vogliono costruire un ponte, il più corto possibile, su un torrente e si accorgono che, comunque scelgano sulla loro riva un punto da cui far partire il ponte, la lunghezza del ponte resta sempre la stessa. Quale, tra le figure seguenti, non può rappresentare il loro torrente?



4. Quanti interi esistono strettamente maggiori di $2015 \cdot 2017$ e strettamente minori di $2016 \cdot 2016$?

- A) 0 B) 1 C) 2015 D) 2016 E) 2017

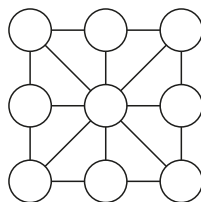
5. Nell'immagine a destra vedi come ho inserito il logo di Kangourou nel piano xy . Se per ogni punto del piano scambio tra loro le coordinate x e y , quale delle seguenti immagini ottengo per il logo di Kangourou?



6. Nello spazio tridimensionale voglio che, tracciando dei piani, tra le regioni che essi delimitano ve ne sia almeno una limitata. Qual è il minimo numero di piani con cui posso ottenere il mio scopo?

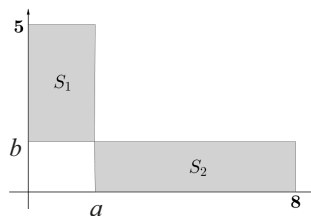
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. Diana vuole scrivere in ciascuno dei nove cerchi del diagramma in figura un numero intero in modo che, per ciascuno degli otto triangoli più piccoli formati dai segmenti del diagramma, la somma dei tre numeri che compaiono nei vertici sia sempre la stessa. Qual è il massimo numero di interi diversi che Diana può usare?



- A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 8

8. I due rettangoli S_1 e S_2 in figura hanno la stessa area. Essi sono delimitati dai due assi e da due coppie di rette parallele che tagliano rispettivamente l'asse x in a e 8 , e l'asse y in b e 5 . Determinare il rapporto a/b .



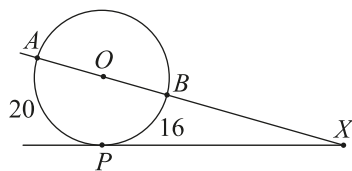
- A) 1 B) 3/2 C) 4/3
D) 7/4 E) 8/5

STUDENT

9. Se $x^2 - 4x + 2 = 0$, allora $x + \frac{2}{x}$ è uguale a

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

10. Nella figura, la lunghezza degli archi AP e BP è, rispettivamente, 20 e 16. Quanti gradi misura l'angolo AXP ?



- A) 30 B) 24 C) 18
D) 15 E) 10

I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. a, b, c e d sono numeri interi strettamente positivi che soddisfano la catena di equazioni $a + 2 = b - 2 = c \cdot 2 = d : 2$.

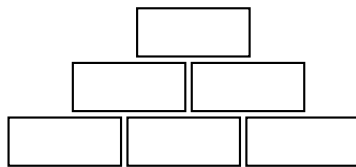
Stabilire qual è il maggiore tra i quattro numeri.

- A) a B) b C) c D) d

E) Non è univocamente determinato.



12. In ciascuno dei rettangoli che compaiono in figura si vuole scrivere un numero in modo tale che tutti i rettangoli della fila più bassa contengano numeri naturali maggiori di 1 e, per ogni rettangolo delle file superiori, il numero che vi è scritto sia il prodotto dei numeri contenuti nei due rettangoli su cui esso appoggia. Quale dei numeri seguenti non potrà mai comparire nel rettangolo in cima alla figura?



- A) 56 B) 84 C) 90 D) 105 E) 220

13. Costruiamo una sequenza di numeri ponendo $x_1 = 2$ e $x_{n+1} = x_n^{x_n}$ per ogni $n \geq 1$. Quanto vale x_4 ?

- A) 2^{2^3} B) 2^{2^4} C) $2^{2^{11}}$ D) $2^{2^{16}}$ E) $2^{2^{768}}$

STUDENT

14. In un rettangolo $ABCD$ la lunghezza del lato BC è metà della lunghezza delle diagonali. Sia M un punto del lato CD tale che AM e MC abbiano la stessa lunghezza. Qual è la misura dell'angolo CAM ?

- A) $12^\circ 30'$ B) 15° C) $27^\circ 30'$ D) $42^\circ 30'$
E) Nessuna delle precedenti.

15. Diana taglia un rettangolo di area 2016 in 56 pezzi quadrati uguali tra loro. Si sa che le misure, sia dei lati del rettangolo sia del lato dei quadrati, sono numeri interi. Quanti sono i rettangoli diversi tra loro per cui Diana può compiere questa operazione?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 0

16. Stai facendo un viaggio nell'isola dei Sinceri e dei Bugiardi, in cui ogni abitante è o Sincero (dice sempre la verità) oppure Bugiardo (mente sempre). Incontri 7 di loro, seduti in circolo attorno ad un falò, e ciascuno di essi dichiara "Io sono seduto tra due Bugiardi!". Quanti tra di loro sono effettivamente dei Bugiardi?

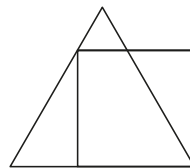
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6
E) Le informazioni non sono sufficienti per rispondere.

17. Le due equazioni $x^2 + ax + b = 0$ e $x^2 + bx + a = 0$ hanno entrambe radici reali. Si sa che la somma dei quadrati delle radici della prima equazione è uguale alla somma dei quadrati delle radici della seconda e che $a \neq b$. Il valore di $a + b$

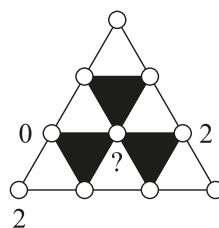
- A) è 0. B) è -2 . C) è 4. D) è -4 .
E) non può essere determinato.

18. Il perimetro del quadrato disegnato in figura è 4; qual è il perimetro del triangolo equilatero?

- A) 4 B) $3 + \sqrt{3}$ C) 3
D) $3 + \sqrt{2}$ E) $4 + \sqrt{3}$

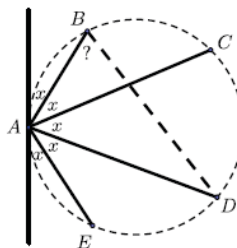


19. Ad ognuno dei dieci cerchietti in figura è attribuito il valore 0, 1 o 2, ma solo i tre valori marcati in figura sono noti. Si sa che la somma dei numeri nei vertici di un qualunque triangolo bianco è divisibile per 3 mentre la somma dei numeri nei vertici di un qualunque triangolo nero non lo è. Che valori possono essere attribuiti al cerchietto marcato con il punto interrogativo?



- A) Solo 0. B) Solo 1. C) Solo 2.
D) Solo 0 o 1. E) 0 o 1 o 2.

20. Giacomo ha segnato 5 punti A, B, C, D ed E su una circonferenza e ha tracciato la retta tangente alla circonferenza in A , scegliendo i punti in modo che tutti e cinque gli angoli marcati in figura con x siano uguali. Quanto misura l'angolo ABD ?



- A) 66° B) $70^\circ 30'$ C) 72°
D) 75° E) $77^\circ 30'$

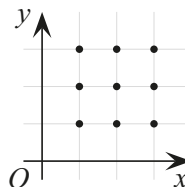
STUDENT

I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno

21. Quante soluzioni reali distinte ammette l'equazione $(x^2 - 4x + 5)^{x^2 + x - 30} = 1$?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Infinite.

22. Un cerchio è inscritto in un quadrilatero (cioè i quattro lati del quadrilatero sono tangenti alla sua circonferenza). Il rapporto tra il perimetro del quadrilatero e la lunghezza della circonferenza è $4 : 3$. Qual è il rapporto tra l'area del quadrilatero e quella del cerchio?
A) $4 : \pi$ B) $3\sqrt{2} : \pi$ C) $16 : 9$ D) $\pi : 3$ E) $4 : 3$

23. Quante parabole con asse verticale passano per 3 dei pun-
ti anneriti in figura?



- A) 6 B) 15 C) 19
D) 22 E) 27

24. In un triangolo rettangolo ABC , retto in A , le bisettrici degli angoli acuti si inter-
secano in un punto P . Se la distanza di P dall'ipotenusa è $\sqrt{8}$, qual è la distanza di P
da A ?

- A) 8 B) 3 C) $\sqrt{10}$ D) $\sqrt{12}$ E) 4

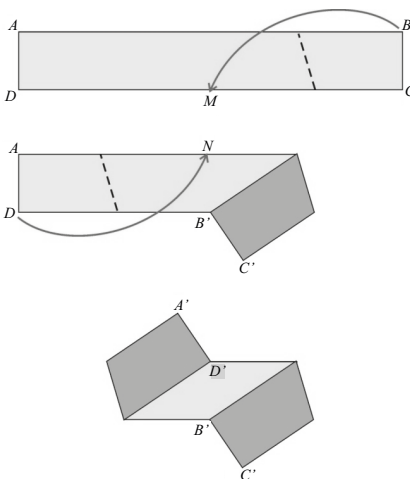


25. Usando una ed una sola volta tutte le cifre da 1 a 9 sono stati scritti tre numeri di tre cifre ciascuno. Quale dei numeri seguenti non può essere la somma dei tre numeri?
 A) 1500 B) 1503 C) 1512 D) 1521 E) 1575

26. Congiungendo un punto interno ad un cubo a ciascuno dei vertici del cubo mediante segmenti, il cubo viene sezionato in 6 piramidi. I volumi di cinque di queste piramidi sono 2, 5, 10, 11 e 14. Qual è il volume della sesta piramide?
 A) 1 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

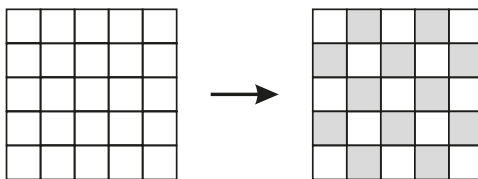
27. Una striscia di carta rettangolare di vertici A, B, C e D , larga 5 cm e lunga 50 cm, ha una faccia chiara e l'altra scura. Cristina piega la striscia, lato chiaro contro lato chiaro, in modo che il vertice B si sovrapponga al punto medio M del lato CD . La piega una seconda volta, sempre sul lato chiaro, in modo che il vertice D coincida con il punto medio N del lato AB . Quanti centimetri quadrati misura l'area della parte chiara della striscia ancora visibile in figura?

- A) 50 B) 60 C) 62,5
 D) 100 E) 125



28. Anna ha scelto un intero positivo n ed ha scritto la somma di tutti i numeri interi positivi da 1 a n . Un certo numero primo p divide tale somma, ma non divide alcuno degli addendi. Quale dei seguenti valori può essere $n + p$?
 A) 217 B) 221 C) 229 D) 245 E) 269

29. Immaginate un quadrato suddiviso in 25 celle uguali. All'istante iniziale tutte le celle sono bianche. Con ogni mossa si può cambiare il colore delle celle di un blocco di tre celle consecutive su una fila o su una colonna: ogni cella bianca diventa scura e viceversa. È possibile trasformare il quadrato in una scacchiera colorata come in figura e in tal caso qual è il minimo numero di mosse necessarie?



- A) Sì e il numero minimo è minore di 10.
 B) Sì e il numero minimo è 10.
 C) Sì e il numero minimo è 12.
 D) Sì e il numero minimo è maggiore di 12.
 E) Non è possibile.

STUDENT



30. L'intero positivo N ha esattamente 6 divisori (positivi) distinti, compresi 1 ed N stesso. Il prodotto di cinque di essi è 648. Quale dei numeri seguenti è il sesto divisore di N ?

A) 4

B) 8

C) 9

D) 12

E) 24

STUDENT



STUDENT

categoria		quesito lettera																														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
STUDENT	A				X	X														X							X			X	X	
	B			X			X									X	X	X	X										X			
	C		X					X						X								X	X					X				X
	D	X										X	X											X								
	E								X	X	X				X									X		X						
		D	C	B	A	A	B	C	E	E	E	D	D	C	E	B	B	B	B	A	C	C	E	D	E	A	C	B	A	A	C	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	