

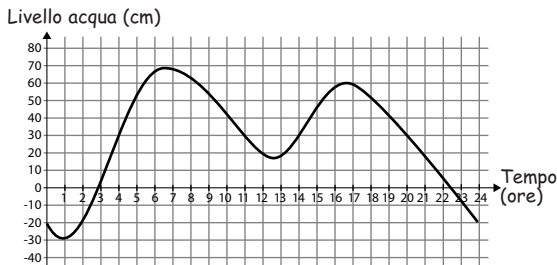


**Kangourou Italia**  
**Gara del 15 marzo 2012**  
**Categoria Student**  
**Per studenti di quarta o quinta**  
**della secondaria di secondo grado**



**I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno**

1. In un certo giorno, il livello dell'acqua (misurato in centimetri) in un porto è salito e sceso rispetto alla quota media annuale, riportata come 0, secondo il diagramma in figura. Per quante ore, in quel giorno, il livello dell'acqua è stato almeno 30 cm. sopra la media?



A) 5                      B) 6                      C) 7                      D) 9                      E) 13

2. Il numero  $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$  è uguale a

A) 1.                      B)  $\sqrt{2}$ .                      C)  $\sqrt[6]{4}$                       D)  $\sqrt[3]{4}$                       E) 2.

3. In una lista di cinque numeri, il primo è 2 e l'ultimo è 12. Il prodotto dei primi tre numeri è 30, il prodotto dei tre centrali è 90 ed il prodotto degli ultimi tre è 360. Qual è il numero al centro della lista?

2				12
---	--	--	--	----

A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 6                      E) 10

4. In due ore 10 operai scavano un fossato lungo 18 metri. Quanti metri di fossato scavano 20 operai in 20 minuti?

A) 3                      B) 4,5                      C) 5                      D) 6                      E) 12

5. Due lati di un quadrilatero misurano 1 cm e 4 cm. Una delle due diagonali misura 2 cm e divide il quadrilatero in due triangoli isosceli. Quanti centimetri misura il perimetro del quadrilatero?

A) 8                      B) 9                      C) 10                      D) 11                      E) 12

6. Qual è la probabilità che, tirando due dadi, vengano due numeri consecutivi?

A) 13/90                      B) 17/100                      C) 5/18  
 D) 1/3                      E) 1/2



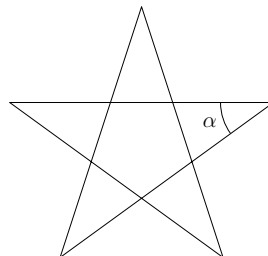
7. Il massimo intero positivo  $n$  per cui  $n^{200} < 5^{300}$  è  
 A) 5.                      B) 6.                      C) 8.                      D) 11.                      (E) 12.

8. Stabilire quale delle funzioni seguenti soddisfa la relazione  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{f(x)}$   
 A)  $f(x) = \frac{2}{x}$                       B)  $f(x) = \frac{1}{x+1}$                       C)  $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$   
 D)  $f(x) = \frac{1}{x}$                       E)  $f(x) = x + \frac{1}{x}$

9. Un numero reale  $x$  soddisfa le disuguaglianze  $x^3 < 64 < x^2$ . Quale delle seguenti affermazioni su  $x$  è corretta?  
 A)  $0 < x < 64$                       B)  $-8 < x < 4$                       C)  $x > 8$   
 D)  $-4 < x < 8$                       E)  $x < -8$

10. La stella a 5 punte in figura è regolare. Qual è la misura in gradi dell'angolo indicato con  $\alpha$  ?

A) 24                      B) 30                      C) 36  
 D) 45                      E) 72



Student

I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno

11. La mia età è un numero di due cifre (in rappresentazione decimale) che è una potenza di 5 mentre l'età di un mio collega è un numero di due cifre che è una potenza di 2. La somma di tutte le cifre delle nostre età è un numero dispari. Quanto vale il prodotto di tali cifre?  
 A) 240                      B) 2010                      C) 60                      D) 50                      E) 300

12. Un'agenzia che organizza viaggi di gruppo ha proposto, all'interno di un viaggio, quattro visite facoltative. Ogni visita ha avuto una partecipazione dell'80% del gruppo. Qual è la percentuale minima di viaggiatori del gruppo che devono aver partecipato a tutte le quattro visite?  
 A) 80 %                      B) 60 %                      C) 40 %                      D) 20 %                      E) 16 %

13. L'insieme di soluzioni della disequazione  $|x| + |x-3| > 3$  è  
 A)  $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$ .                      B)  $(-3, 3)$ .  
 C)  $(-\infty, -3)$ .                      D)  $(-3, +\infty)$ .  
 E) l'insieme di tutti i numeri reali.

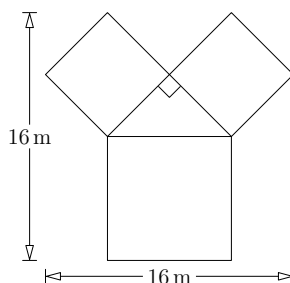


14. I punteggi scolastici in Slovacchia sono assegnati mediante cinque voti, da 1 (l'ottimo) a 5. Un test non è andato bene ed il voto medio della classe è stato 4. I ragazzi hanno ottenuto punteggi lievemente superiori alle ragazze, ottenendo come voto medio 3,6 contro il 4,2 delle ragazze. Quale delle seguenti affermazioni su quella classe è corretta?

- A) I ragazzi sono il doppio delle ragazze
- B) Il numero dei ragazzi è quattro volte quello delle ragazze
- C) Le ragazze sono il doppio dei ragazzi
- D) Il numero delle ragazze è quattro volte quello dei ragazzi
- E) I ragazzi sono tanti quante le ragazze

15. In un'aiuola quadrata di 16 m di lato è inscritta la regione indicata in figura, che è unione di tre quadrati e di un triangolo rettangolo. Quanto vale in metri quadrati l'area di tale regione?

- A) 114
- B) 130
- C) 144
- D) 160
- E) 186

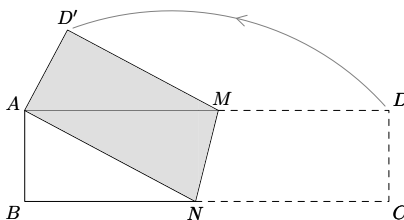


16. Ad uno spettacolo cinematografico sono andati venduti tutti i posti della prima fila, numerati consecutivamente a partire da 1. Per errore è stato venduto un ulteriore biglietto per uno di tali posti. Si sa che la somma dei numeri dei posti segnati sui biglietti venduti per la prima fila è 857: qual è il numero del posto per il quale sono stati venduti due biglietti?

- A) 4
- B) 16
- C) 25
- D) 37
- E) 42

17. Osserva la figura. Un rettangolo di carta ABCD di dimensioni 4 cm × 16 cm è ripiegato su se stesso lungo una retta MN in modo tale che il vertice C vada a sovrapporsi al vertice A. Quanto misura in centimetri quadrati l'area del pentagono ABNMD'?

- A) 17
- B) 27
- C) 37
- D) 47
- E) 57



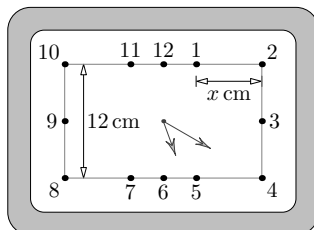
18. Un quadrato ABCD ha i lati di lunghezza 2. E ed F sono i punti medi dei lati AB e AD rispettivamente. G è il punto su CF tale che  $3CG=2GF$ . L'area del triangolo BEG è

- A)  $7/10$ .
- B)  $4/5$ .
- C)  $8/5$ .
- D)  $3/5$ .
- E)  $6/5$ .

Student



19. L'orologio in figura è di forma rettangolare; come d'uso, le lancette si muovono a velocità angolare costante. Quanto vale in centimetri la distanza tra 1 e 2 misurata sul quadrante, se la distanza tra 8 e 10 è 12 cm?



- A)  $3\sqrt{3}$       B)  $2\sqrt{3}$       C)  $4\sqrt{3}$   
 D)  $2 + \sqrt{3}$       E)  $12 - 3\sqrt{3}$

20. Al termine di una lezione di algebra, sulla lavagna sono rimaste la parabola di equazione  $y = x^2$  e 2012 rette parallele alla retta di equazione  $y = x$ , ciascuna delle quali interseca la parabola in due punti. La somma delle ascisse dei punti di intersezione delle rette con la parabola vale

- A) 0.      B) 1.      C) 1006.      D) 2012.  
 E) un numero diverso.

**I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno**

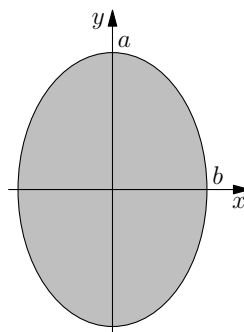
Student

21. Qual è il più piccolo valore che può assumere la funzione

$$f(x) = \frac{|x - 503| + |x + 503|}{|x - 2012| + |x + 2012|}$$

- A) 1      B) 1/2      C) 1/4      D) 1/503  
 E) 1/2012

22. Sia  $a > b > 0$ . Se l'ellisse mostrata in figura viene ruotata intorno all'asse  $x$  si ottiene l'ellissoide  $E_x$  con volume  $\text{Vol}(E_x)$ , se viene ruotata intorno all'asse  $y$  si ottiene l'ellissoide  $E_y$  con volume  $\text{Vol}(E_y)$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?



- A)  $E_x = E_y$  e  $\text{Vol}(E_x) = \text{Vol}(E_y)$   
 B)  $E_x = E_y$  ma  $\text{Vol}(E_x) \neq \text{Vol}(E_y)$   
 C)  $E_x \neq E_y$  e  $\text{Vol}(E_x) > \text{Vol}(E_y)$   
 D)  $E_x \neq E_y$  e  $\text{Vol}(E_x) < \text{Vol}(E_y)$   
 E)  $E_x \neq E_y$  ma  $\text{Vol}(E_x) = \text{Vol}(E_y)$



23. Si è deciso di operare sulle frazioni in due soli modi:

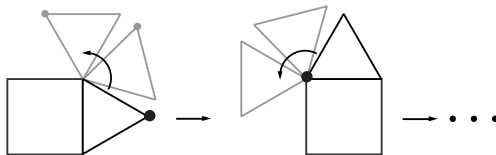
\* aumentare di 8 il numeratore;

\* aumentare di 7 il denominatore.

Partendo dalla frazione  $7/8$ , dopo aver fatto in totale  $n$  di tali operazioni (in un ordine a scelta), si è riottenuta, dopo riduzione ai minimi termini, la frazione  $7/8$ . Qual è il minimo valore di  $n$  per cui questo è potuto succedere?

- A) 56                      B) 81                      C) 109                      D) 113  
E) Non è possibile riottenere  $7/8$

24. Un triangolo equilatero ruota attorno ad un quadrato di lato 1 partendo dalla posizione indicata dalla figura e come in essa mostrato.



Quanto è lungo il cammino percorso dal vertice del triangolo che è marcato in grassetto, quando sia il triangolo sia il punto vengono a ritrovarsi per la prima volta nella posizione iniziale?

- A)  $4\pi$                       B)  $28\pi/3$                       C)  $8\pi$                       D)  $14\pi/3$                       E)  $3\pi$

25. Quante permutazioni  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  dell'insieme di interi  $\{1, 2, 3, 4\}$  hanno la proprietà che la somma  $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1$  è divisibile per 3?

- A) 8                      B) 12                      C) 14                      D) 16                      E) 24

26. Hai un insieme di 50 numeri reali (non necessariamente a due a due distinti). Se moltiplichi in tutti i modi possibili (a meno dell'ordine dei fattori) due numeri dell'insieme, ottieni esattamente 522 volte un prodotto negativo. Quanti di quei 50 numeri sono uguali a 0?

- A) 1                      B) 3                      C) 7                      D) 11  
E) 2 oppure 5

27. Nello spazio dotato di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $Oxyz$ , tre vertici di un cubo sono i punti  $P \equiv (3; 4; 1)$ ,  $Q \equiv (5; 2; 9)$  e  $R \equiv (1; 6; 5)$ .

Quale dei seguenti punti è il centro del cubo?

- A)  $A \equiv (4; 3; 5)$                       B)  $B \equiv (2; 5; 3)$   
C)  $C \equiv (3; 4; 7)$                       D)  $D \equiv (3; 4; 5)$   
E)  $E \equiv (2; 3; 5)$

Student



28. Nella successione  $\{1, 1, 0, 1, -1, 0, \dots\}$  i primi due elementi  $a_1$  e  $a_2$  valgono 1. Il terzo elemento è la differenza dei due precedenti,  $a_3 = a_1 - a_2$ ; il quarto elemento è la somma dei due precedenti,  $a_4 = a_2 + a_3$  e proseguendo  $a_5 = a_3 - a_4$ ,  $a_6 = a_4 + a_5$  e così via. Qual è la somma dei primi 100 elementi della successione?

- A) 0                      B) 3                      C) -21                      D) 100                      E) -1

29. Giovanna estrae a caso due numeri  $a$  e  $b$  dall'insieme  $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$ . Il prodotto  $ab$  è uguale alla somma dei 24 numeri rimanenti. Qual è il valore di  $|a - b|$ ?

- A) 10                      B) 9                      C) 7                      D) 2                      E) 6

30. Nel paese delle Meraviglie ogni gatto è saggio oppure è matto. Se un gatto saggio viene a trovarsi in una stanza insieme con tre gatti matti, immediatamente diventa matto anche lui. Se invece un gatto matto viene a trovarsi in una stanza con tre gatti saggi, immediatamente i gatti saggi lo dichiarano matto. Tre gatti entrano uno dopo l'altro in una stanza vuota; dopo che è entrato un quarto gatto, il primo gatto che era entrato esce; dopo che è entrato un quinto gatto esce il secondo, e così via, in modo che nella stanza non ci siano mai più di quattro gatti. Quando entra il 2012-mo gatto, per la prima volta un gatto viene dichiarato matto dagli altri tre. Quali di queste coppie può essere costituita da gatti che, una volta entrati nella stanza, risultano ambedue matti?

- A) Il primo e il 2011-mo  
 B) Il secondo e il 2010-mo  
 C) Il terzo e il 2009-mo  
 D) Il quarto e l'ultimo  
 E) il secondo e il 2011-mo

Student



# RISPOSTE STUDENT 2012

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E	B	C	D	D	C	D	D	E	C	A	D	A	C	C	D	D	B	C	D	C	C	D	B	D	B	A	B	E	B