



**Kangourou Italia**  
**Gara del 16 marzo 2006**  
**Categoria Junior**  
**Per studenti di seconda o terza superiore**



**I quesiti dal N. 1 al N. 10 valgono 3 punti ciascuno**

1. Quanti numeri di quattro cifre, tutte distinte tra loro, sono divisibili per 2006?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

2. Hai 2006 cubetti di legno tutti della stessa dimensione. Vuoi costruire, accostandoli, il cubo più grande che ti è possibile. Quanti cubetti ti avvanzeranno?

- A) 278                      B) 277                      C) 191                      D) 190                      E) 1

3. L'orologio della nonna corre un po': va avanti di un minuto ogni ora. L'orologio del nonno invece è un po' lento: resta indietro di mezzo minuto ogni ora. In questo istante i due orologi indicano esattamente la stessa ora. Fra quanto tempo la differenza fra l'ora indicata dal primo orologio e quella indicata dal secondo sarà di un'ora esatta?

- A) 12 ore    B) 14 ore e mezza    C) 40 ore    D) 60 ore    E) 90 ore

4. Pietro afferma che esattamente il 25% della sua biblioteca personale è costituito da libri di letteratura, mentre esattamente  $\frac{1}{9}$  di essa è costituito da libri di matematica. Si sa che il numero dei libri della biblioteca di Pietro è compreso fra 50 e 100. Da quanti libri è costituita quella biblioteca?

- A) 50                      B) 54                      C) 64                      D) 72                      E) 92

5. Sulla lavagna sono scritti i numeri 1, 2, 3, 4. Ogni minuto Luisa cancella due numeri e sostituisce ciascuno di essi con il numero che si ottiene aggiungendogli 1. Qual è il minimo numero di minuti passati i quali tutti i numeri scritti sulla lavagna potranno diventare multipli di 5?

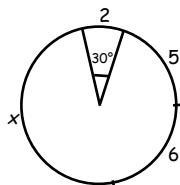
- A) 4                      B) 5                      C) 8                      D) 10

E) Una tale configurazione non potrà mai verificarsi.

Junior



6. Una circonferenza è suddivisa in quattro archi: le lunghezze di tre di essi sono 2, 5, 6 metri. Quanti metri è lungo il quarto arco, se sull'arco di lunghezza 2 insiste un angolo al centro di 30 gradi?



- A) 7                      B) 9                      C) 13  
D)  $3\pi$                   E) 11

7. Due treni della stessa lunghezza stanno viaggiando uno incontro all'altro su una linea a doppio binario, il primo a 100 km/h e il secondo a 120 km/h. Quando si incrociano, da un finestrino del secondo treno un passeggero osserva che ci vogliono esattamente 6 secondi perché il primo treno gli sfilì davanti completamente. In quanti secondi un passeggero del primo treno vede sfilare davanti a sé il secondo treno?

- A) 5                      B) 6                      C) Tra 6 e 7                  D) 7                      E) Più di 7

8. Il raggio del segnale stradale che vedi in figura misura 20 centimetri. Ognuno dei settori grigi è un quarto di un cerchio la cui area è la stessa della superficie che appare chiara. Quanti centimetri misura il raggio di questo cerchio?



- A)  $10\sqrt{2}$                   B)  $4\sqrt{5}$                   C)  $20/3$                   D) 12,5                  E) 10

9. Uno solo fra quelli che ti proponiamo può essere il numero degli spigoli di un prisma. Quale?

- A) 100                      B) 200                      C) 2005                      D) 2006                      E) 2007

10. I numeri  $a, b, c, d, e$  sono positivi e si sa che  $ab = 2, bc = 3, cd = 4, de = 5$ . Quanto vale il rapporto  $e/a$ ?

- A)  $15/8$                       B)  $5/6$                       C)  $3/2$                       D)  $4/5$

E) Le informazioni sono insufficienti.

**I quesiti dal N. 11 al N. 20 valgono 4 punti ciascuno**

11. Una persona con poco tatto ha chiesto l'età a una signora. La signora, un po' risentita, ha risposto: "Se io morissi a cento anni, oggi la mia età sarebbe i quattro terzi della metà del tempo che mi rimarrebbe da vivere". Qual è l'età della signora?

- A) 20                      B) 40                      C) 50                      D) 60                      E) 80

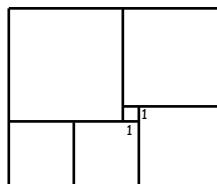


12. Una circonferenza di centro  $O$  è circoscritta ad un triangolo  $ABC$ . Si sa che il quadrilatero  $ABCO$  è un rombo. Qual è la misura in gradi del maggiore degli angoli del triangolo?

- A) 90                      B) 100                      C) 110                      D) 120                      E) 150

13. Il rettangolo in figura è suddiviso in sei quadrati. Il lato del quadrato più piccolo misura un centimetro. Quanti centimetri misura il lato del quadrato più grande?

- A) 5,5                      B) 6                      C) 7                      D) 8  
E) Un valore diverso dai precedenti.



14. Ogni lettera rappresenta una cifra: lettere uguali rappresentano cifre uguali e lettere diverse cifre diverse. Che cifra rappresenta la lettera  $A$ ?

- A) 4                      B) 5                      C) 6                      D) 7                      E) 3

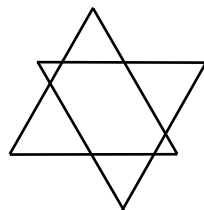
K	A	N	
+	K	A	G
+	K	N	G
-----			
2	0	0	6

15. Stai cercando di rispondere ad un quesito di Kangourou e sei giunto alle seguenti conclusioni:

- 1) Se la risposta  $A$  è corretta, allora lo è anche la  $B$ .
  - 2) Se la risposta  $C$  non è corretta, allora non lo è anche la  $B$ .
  - 3) Se la risposta  $B$  non è corretta, allora non lo sono anche la  $D$  e la  $E$ .
- Sai che nei quesiti proposti da Kangourou una e una sola delle risposte proposte è corretta. Allora puoi concludere che la risposta corretta è la
- A)  $A$                       B)  $B$                       C)  $C$                       D)  $D$                       E)  $E$

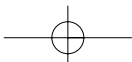
16. Due triangoli equilateri uguali, di perimetro 18 metri, vengono parzialmente sovrapposti come è indicato dalla figura: in particolare ogni lato dell'uno è parallelo ad un lato dell'altro. Quanti metri misura il perimetro della figura esagonale che costituisce l'intersezione dei due triangoli?

- A)  $6\sqrt{3}$                       B) 12                      C) 13  
D) 14                      E) 15



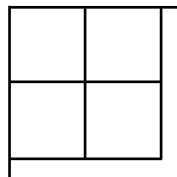
17. Quante cifre ha il più grande numero intero con questa proprietà: ogni coppia di sue cifre consecutive rappresenta un quadrato perfetto?

- A) 5                      B) 4                      C) 3                      D) 6                      E) 10





18. Osserva la figura: un quadrato di area 125 metri quadrati è stato suddiviso in cinque regioni tutte della stessa area, quattro delle quali sono quadrati. Qual è, in metri, la lunghezza del lato più corto della rimanente regione?



- A) 1      B) 1,2      C)  $2(\sqrt{5} - 2)$       D)  $3(\sqrt{5} - 1)$   
E)  $5(\sqrt{5} - 2)$

19. In una famiglia, costituita dai due genitori e da alcuni figli, l'età media è 18 anni. Senza il padre, che ha 38 anni, l'età media scende a 14 anni. Quanti sono i figli in quella famiglia?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

20. In un luna park vi è una scatola che contiene:

- 15 palle, ciascuna colorata per metà di rosso e per metà di blu;
- 12 palle, ciascuna colorata per metà di blu e per metà di verde;
- 9 palle, ciascuna colorata per metà di verde e per metà di rosso.

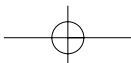
Estrarre una palla a caso dalla scatola costa un euro. Se presenti alla cassa 7 palle che hanno in comune almeno un colore, ti viene dato un premio a cui tu tieni molto. Quanti euro dovrai spendere, al massimo, per garantirti il premio?

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11

**I quesiti dal N. 21 al N. 30 valgono 5 punti ciascuno**

21. Un'isola è abitata solo da Veraci (persone che dicono sempre la verità) e da Falsi (persone che mentono sempre). Ogni abitante dell'isola sa a quale categoria appartiene ogni abitante. Uno straniero di passaggio, che conosce la situazione dell'isola, incontra due abitanti A e B e vuole appurare a quale categoria appartengano. Dopo aver ottenuto da A la risposta alla domanda "Siete entrambi Veraci?", non è ancora in grado di decidere. Ma dopo aver ottenuto, sempre da A, la risposta alla nuova domanda "Siete della stessa categoria?", può finalmente identificarli. Qual è la situazione?

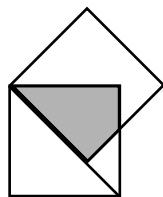
- A) A e B sono entrambi Falsi.      B) A e B sono entrambi Veraci.  
C) A è Verace, B è Falso.      D) A è Falso, B è Verace.  
E) Senza conoscere le risposte ottenute dallo straniero, non si può decidere.



22. Sommando tre diversi numeri positivi si ottiene 20. Indichiamo con  $p$  il prodotto dei due numeri più grandi. Allora

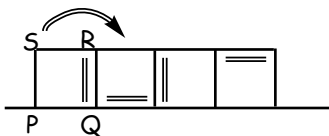
- A)  $p$  è certamente minore di 99.      B)  $p$  è certamente maggiore di 0,001.  
 C)  $p$  è certamente diverso da 25.      D)  $p$  è certamente diverso da 75.  
 E) ognuna delle precedenti affermazioni è falsa.

23. Due quadrati di lato 1 metro sono nella posizione indicata in figura: hanno in comune un vertice e un lato di uno dei due giace su una diagonale dell'altro. Qual è, in metri quadrati, l'area del quadrilatero che costituisce la loro intersezione?



- A)  $\sqrt{2} - 1$     B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     C)  $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$     D)  $\sqrt{2}+1$     E)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

24. Un quadrato PQRS di 10 centimetri di lato ruota senza scivolare lungo un segmento. Inizialmente i vertici P e Q giacciono sul segmento: la prima rotazione avviene



facendo perno in Q e portando R sul segmento, come indicato nella figura; le successive avvengono come suggerito dalla figura. Le rotazioni hanno termine quando, per la prima volta, il vertice P ritorna a contatto con il segmento. Qual è, in centimetri, la lunghezza della curva descritta da P?

- A)  $10\pi$     B)  $5\pi + 5\pi\sqrt{2}$     C)  $10\pi + 5\pi\sqrt{2}$     D)  $5\pi + 10\pi\sqrt{2}$     E)  $10\pi + 10\pi\sqrt{2}$

Junior

25. Hai sei diversi colori a disposizione per colorare le sei facce di un cubo: puoi usare un solo colore per faccia e devi usare tutti i colori. Quante diverse colorazioni del cubo sono possibili? (Due colorazioni si intendono diverse se e solo se non sono ottenibili l'una dall'altra ruotando il cubo.)

- A) 24      B) 30      C) 36      D) 42      E) 48

26. Il numero 257 ha tre cifre distinte: se vengono scritte nell'ordine inverso, si ottiene il numero 752 che è più grande di quello originale. Quanti numeri di tre cifre distinte (incluso 257) hanno questa proprietà?

- A) 124      B) 252      C) 324      D) 288      E) 360



27. Scegliamo tre diversi punti su una circonferenza e attribuiamo loro, uno per ciascuno, i numeri 1, 2, 3. All'interno di ciascuno dei tre archi individuati dai tre punti scegliamo un punto a caso e attribuiamogli la somma dei numeri già attribuiti agli estremi: così facendo finora abbiamo selezionato sei punti in tutto e attribuito loro i sei numeri 1, 3, 2, 5, 3, 4. Procedendo con lo stesso criterio, eseguiamo l'operazione altre 4 volte: al termine avremo selezionato in totale 96 punti e attribuito loro 96 numeri. Quanto vale la somma di tutti questi numeri?

- A) 486      B) 2187      C) 1458      D) 4374      E) 378.

28. Il risultato finale di una partita di calcio è 5-4 in favore della squadra di casa che ha segnato per prima e, da allora, è sempre stata in vantaggio. In quanti diversi modi può essere maturato il punteggio finale? (cioè: in quanti diversi ordini possono essere state segnate le reti?)

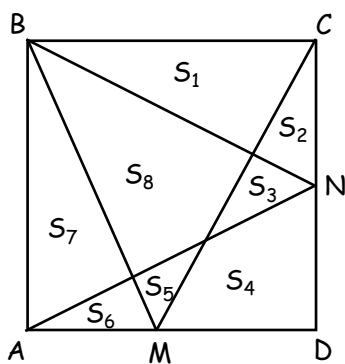
- A) 17      B) 13      C) 20      D) 14      E) 9

29. Denotiamo con  $Y$  la somma delle cifre del numero intero positivo  $X$  e con  $Z$  la somma delle cifre del numero  $Y$ . Per quanti numeri interi positivi  $X$  accade che  $X + Y + Z = 60$  ?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) Più di 3

30. Osserva la figura: ABCD è un quadrato; i punti M e N, scelti a caso rispettivamente all'interno del lato AD e del lato DC, sono congiunti rispettivamente con B e C e con A e B. Il quadrato risulta così suddiviso in otto regioni alle cui aree vengono attribuiti, come indicato, i simboli  $S_1, S_2, \dots, S_8$ . Quale delle seguenti somme vale  $S_8$ ?

- A)  $S_2 + S_4 + S_6$   
 B)  $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$   
 C)  $S_1 + S_4 + S_7$   
 D)  $S_2 + S_5 + S_7$   
 E)  $S_3 + S_4 + S_5$



Junior



**Categoria Junior**  
**Per studenti di seconda o terza superiore**

1. Risposta **C)**. Moltiplicando 2006 per 1, 2, 3, 4 si ottiene rispettivamente 2006, 4012, 6018, 8024. Di questi numeri, solo tre hanno cifre tutte distinte fra loro.  $2006 \times 5$  è già un numero di 5 cifre.
2. Risposta **A)**. Il numero di cubi occorrenti per realizzare la costruzione è un cubo perfetto, cioè il cubo di un numero intero (positivo). Il più grande cubo perfetto non superiore a 2006 è  $1728 = 12^3$  (infatti  $13^3 = 2197$ ) e si ha  $2006 - 1728 = 278$ .
3. Risposta **C)**. La differenza fra le ore indicate dai due orologi aumenta di un minuto e mezzo ogni ora. Si ha  $60 : 1,5 = 40$ .
4. Risposta **D)**. Occorre trovare un numero intero  $n$  (l'unico, stanti le regole di Kangourou) compreso fra 50 e 100 tale che entrambi i numeri  $n/4$  e  $n/9$  siano interi.  $n$  deve dunque essere un multiplo sia di 4 sia di 9, dunque di 36, compreso fra 50 e 100. L'unica possibilità è  $n = 72$ .
5. Risposta **B)**. Certamente occorrono almeno 5 minuti. Infatti, per ciascuno dei numeri inizialmente scritti, il più vicino multiplo di 5 che lo supera è 5 e, sommando fra loro le differenze da 5 di ciascuno di essi, si ottiene  $4+3+2+1 = 10$ ; ogni minuto si guadagnano esattamente due unità. Non è però detto a priori che la sequenza 5,5,5,5 sia ottenibile. In effetti lo è, con la seguente strategia. Inizialmente si porta la coppia (1,3) in (2,4); a questo punto la coppia (4,4) viene portata in (5,5) in una mossa e la coppia (2,2) in 3 mosse.
6. Risposta **E)**. Su un arco di un metro insiste un angolo al centro di 15 gradi: allora sull'arco unione dei primi tre insiste un angolo al centro di  $15 \times (2 + 5 + 6) = 195$  gradi. Sul quarto arco insiste dunque un angolo al centro di  $360 - 195 = 175$  gradi. Si ha  $175 : 15 = 11$ .
7. Risposta **B)**. Entrambi i passeggeri vedono "l'altro" treno viaggiare alla velocità di 220 km/h. Per le nostre considerazioni è del tutto equivalente pensare che il primo treno sia fermo ed il secondo viaggi a 220 km/h: è allora chiaro che se il secondo treno si sposta di un tratto pari alla lunghezza del primo treno in **6 secondi**, un passeggero fermo sul primo treno (che è lungo quanto il secondo) lo vede sfilare esattamente nello stesso tempo.

8. Risposta **A**). Si tratta di trovare il raggio di un cerchio la cui area sia la metà dell'area di un cerchio di raggio  $r$  assegnato. Poiché l'area di un cerchio è proporzionale al quadrato del raggio, perché venga dimezzata occorre che il raggio diventi  $r/\sqrt{2}$ . Si ha  $20/\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$ .
9. Risposta **E**). Il numero degli spigoli di un prisma deve essere divisibile per tre: infatti vi sono due poligoni uguali "alle estremità", i lati di ciascuno dei quali sono spigoli, "raccordati" da tanti spigoli "lateralmente" quanti sono i lati. L'unico dei numeri proposti che sia divisibile per tre è 2007.
10. Risposta **A**). Si ha  $5/2 = de/ab = (d/b) \times (e/a)$ ; d'altra parte si ha  $d/b = cd/bc = 4/3$ . Ne segue  $e/a = (5/2) \times (3/4) = 15/8$ .
11. Risposta **B**). Sia  $x$  l'età della signora. Ella afferma che  $x = (4/3) \times (1/2) \times (100 - x)$ . Si ricava  $x = 40$ .
12. Risposta **D**). Un rombo in cui la diagonale minore misura quanto il lato è ottenibile mediante accostamento di due triangoli equilateri (uguali).
13. Risposta **C**). Chiamiamo  $a, b, c, d$  le lunghezze dei lati dei rimanenti quadrati, nell'ordine dai due più piccoli al più grande. Si ha  $b = a + 1, c = b + 1, d = c + 1$ , dunque  $d = a + 3$ . D'altra parte, si ha anche  $d = 2a - 1$ , per cui deve essere  $a + 3 = 2a - 1$ , quindi  $a = 4$  e  $d = 7$ .
14. Risposta **B**) o **E**). Per un refuso tipografico, sono state proposte due risposte accettabili, anziché una sola. Chiaramente  $K$  deve essere 6: occorre infatti che  $3K$ , sommato ad un riporto che non può superare 2 (in quanto quello della colonna delle unità non può superare 2), dia 20. Allora il riporto della colonna delle decine è proprio 2. Si presentano dunque tre possibilità, descritte dai seguenti sistemi di equazioni per valori interi positivi delle incognite:  $2A + N = 20$  e  $N + 2G = 6$ , oppure  $2A + N = 19$  e  $N + 2G = 16$ , oppure  $2A + N = 18$  e  $N + 2G = 26$ . Sommando membro a membro le due equazioni relative ai singoli sistemi, si ottiene rispettivamente:  $A + N + G = 13, 2(A + N + G) = 35, A + N + G = 17$ . La seconda uguaglianza è chiaramente impossibile per ragioni di parità. Tenuto conto del sistema che la genera, la prima offre  $\{A = 7, N = 6, G = 0\}$ , non accettabile perché si avrebbe  $K = N$ , oppure  $\{A = 8, N = 4, G = 1\}$ , accettabile, oppure  $\{A = 9, N = 2, G = 2\}$ , non accettabile perché si avrebbe  $N = G$ ; la terza invece offre solo  $\{A = 5, N = 8, G = 9\}$ , accettabile.



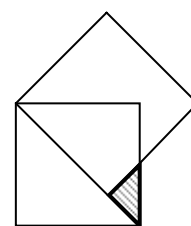
15. Risposta C). Si tratta dell'unica possibilità: se A) fosse corretta, per via di 1) vi sarebbero più risposte corrette; se C) non fosse corretta, a causa di 2) e di 3) non vi sarebbero risposte corrette.
16. Risposta B). Ognuno dei triangoli che appaiono generati dalla sovrapposizione dei due triangoli di partenza è equilatero, avendo uguali fra loro gli angoli (teorema di Talete sulle rette parallele tagliate da rette trasversali). Allora ogni lato della figura esagonale (intersezione) "compare esattamente due volte" nel contorno della "figura complessiva" (unione), il cui perimetro è dunque il doppio di quello della figura esagonale. La somma dei due perimetri vale ovviamente  $18 \times 2$  metri. Può essere interessante notare che il risultato è invariante per traslazioni di ognuno dei due triangoli di partenza rispetto all'altro (se la distanza fra i centri rimane tale da consentire di generare figure esagonali analoghe). In altre parole: il risultato non dipende dalla posizione reciproca dei due triangoli, fatta salva la richiesta di parallelismo dei lati.
17. Risposta A). I quadrati perfetti di due cifre sono 16, 25, 36, 49, 64, 81. Chiaramente 25 non è accoppiabile con alcun altro e non è possibile utilizzare tutti i cinque rimanenti. È possibile accostarne quattro nel modo seguente: 81 16 64 49. Si genera così il numero 81649 di cinque cifre.
18. Risposta E). Il lato del quadrato iniziale misura  $5\sqrt{5}$  metri, quello dei quattro quadrati  $\sqrt{(125 \times 4/5)} = 10$  metri. Si ha  $5\sqrt{5} - 10 = 5(\sqrt{5} - 2)$ .
19. Risposta C). Sia  $n$  il numero dei figli: sommando gli anni di tutti i componenti della famiglia si ottiene  $18(n + 2)$ , sommando gli anni di tutti i componenti escluso il padre si ottiene  $14(n + 1)$ . Dunque deve essere  $18(n + 2) - 14(n + 1) = 38$ , da cui si ricava  $n = 4$ .
20. Risposta D). Poiché due palle di due tipi diversi hanno comunque un colore in comune, per risolvere questo problema basta determinare il più piccolo intero positivo per il quale vale la circostanza seguente: quando è espresso come somma di tre interi positivi (in un modo qualunque), ve ne sono almeno due di essi che hanno somma non inferiore a 7. Chiaramente questo intero è 10.
21. Risposta A). Scriviamo a fianco di ognuna delle quattro possibili situazioni le rispettive risposte, quali verrebbero fornite, nell'ordine, da A.
- A e B Falsi: si, no.
  - A e B Veraci: si, si.
  - A Verace, B Falso: no, no.
  - A Falso, B Verace: si, si.

Ne emerge che l'unica situazione nella quale occorrono e bastano due domande ad appurare come stanno le cose è la prima (la seconda e la quarta comportano risposte identiche, la terza è l'unica a comportare come prima risposta "no", dunque è identificabile con la sola prima domanda).

22. Risposta **E**. Riportiamo a fianco di ognuna delle prime quattro risposte un relativo contro-esempio (i tre addendi sono scritti in ordine decrescente).

- A)  $20 = 10 + 9,99 + 0,01$  ( $p = 99,9 > 99$ ).
- B)  $20 = 19,99999 + 0,000006 + 0,000004$  ( $p < 19,99999 \times 0,00001 = 0,0001999999 < 0,001$ ).
- C)  $20 = 18 + (25/18) + (11/18)$ .
- D)  $20 = 14 + (75/14) + (9/14)$ .

23. Risposta **A**. Il triangolo (rettangolo isoscele!) evidenziato in figura è metà di un quadrato di lato  $\sqrt{2} - 1$ . Allora l'area cercata vale  $(1/2) - (\sqrt{2} - 1)^2/2 = \sqrt{2} - 1$ .



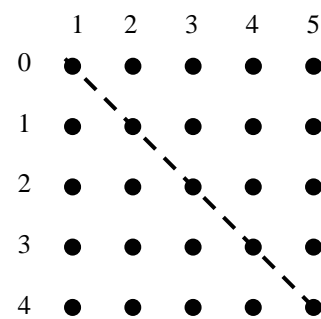
24. Risposta **C**. P descrive in successione 3 archi di circonferenza, su ciascuno dei quali insiste un angolo al centro di 90 gradi; il primo e il terzo hanno raggio pari al lato del quadrato (10 cm), il secondo ha raggio pari alla diagonale del quadrato ( $10\sqrt{2}$  cm). In totale si ha  $(1/4) \times 2\pi \times (2 \times 10 + 10\sqrt{2}) = \pi(10 + 5\sqrt{2})$ .

25. Risposta **B**. Ruotando opportunamente il cubo, possiamo sempre fare in modo che la faccia superiore sia quella che ha ricevuto un dato colore  $a$ ; per la faccia inferiore vi sono allora 5 diverse possibilità (il termine "diverso" è inteso anche qui nel senso descritto nel testo del quesito). Passando alle facce laterali, ruotando opportunamente il cubo possiamo fare in modo che uno dei restanti quattro colori, diciamo  $b$ , risulti assegnato alla faccia di sinistra (chiamiamola ovest): per quella opposta (est) si hanno allora 3 diverse possibilità. A questo punto per la faccia nord ne rimangono 2, che non sono ottenibili l'una dall'altra per rotazioni (che potrebbero avvenire solo nel senso ovest-est o viceversa). Si ha  $5 \times 3 \times 2 = 30$ .

26. Risposta **D**. Consideriamo un allineamento qualunque di tre cifre distinte che non presenti la cifra 0 alle estremità e l'allineamento ad esso opposto: la nostra proprietà è soddisfatta da uno e uno solo dei due e solo da allineamenti di questo tipo. Basterà dunque dividere per due il numero di tali allineamenti. Quelli costruibili senza utilizzare la cifra 0 sono  $9 \times 8 \times 7 = 504$ ; quelli che presentano la cifra 0 "all'interno" sono  $9 \times 8 = 72$ . Si ha  $(504 + 72)/2 = 288$ .

27. Risposta C). Supponiamo di trovare alcuni numeri (almeno tre) già scritti sulla circonferenza: ognuno è adiacente esattamente ad altri due. Compriamo l'operazione: ogni numero che aggiungiamo va a inserirsi fra due adiacenti già scritti e ne è la somma; ne segue che la somma dei numeri aggiunti (che sono tanti quanti quelli già scritti) è due volte la somma di quelli già scritti e dunque che la somma dei numeri che compaiono dopo aver compiuto l'operazione è tre volte la somma dei numeri che comparivano prima. Nel nostro caso la somma allo stato iniziale vale  $1+2+3 = 6$ : dopo il quinto passo diventa allora  $6 \times 3^5 = 1458$ .

28. Risposta D). Vista l'entità dei numeri in questione, conviene contare direttamente i modi in cui può essere maturato il punteggio finale rispettando il vincolo. Per farlo, può essere utile avvalersi del seguente schema: si tratta di raggiungere il punto della griglia in basso a destra partendo dal punto in alto a sinistra, muovendosi solo dall'alto verso il basso e/o da sinistra verso destra, senza mai scendere al di sotto della linea indicata.



29. Risposta D). Chiaramente deve essere  $X < 60$  e, dal momento che si ha  $60 > 27$ , le cifre del numero  $X$  devono essere due: siano, nell'ordine,  $a$  e  $b$ . Da  $X = 10a + b$  e  $Y = a + b$  segue  $Z = 60 - (X + Y) = 60 - 11a - 2b$ . Poiché la somma di due cifre nel nostro caso non può mai superare  $5 + 9 = 14$ , è evidente che può essere solo  $a = 3$  oppure  $a = 4$  oppure  $a = 5$ . A questo punto un veloce verifica diretta fornisce come uniche soluzioni al problema i tre numeri 44, 47, 50.

30. Risposta A). I triangoli  $ANB$  e  $BMD$  hanno la stessa area, che è metà di quella del quadrato. Vale allora l'uguaglianza  
 $S_8 + S_1 + S_5 = S_6 + S_5 + S_4 + S_2 + S_1$   
 da cui  $S_8 = S_6 + S_4 + S_2$ .